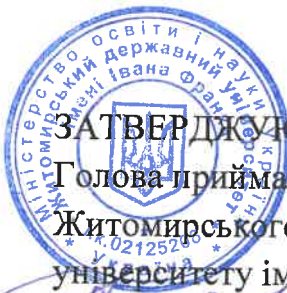


МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
ЖИТОМИРСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ ІВАНА ФРАНКА

  
З А Т В Е Р Д Ж У Ю  
Голова приймальної комісії  
Житомирського державного  
університету імені Івана Франка  
  
Галина КИРИЧУК  
«26» квітня 2024 року

**ПРОГРАМА ФАХОВОГО ВСТУПНОГО ВИПРОБУВАННЯ З  
МАТЕМАТИКИ**

для вступу на третій (освітньо-науковий) рівень вищої освіти  
на основі освітнього ступеня магістра (освітньо-кваліфікаційного рівня  
спеціаліста) за спеціальністю

111 Математика

(освітньо-наукова програма: Математичний аналіз)

Житомир – 2024

## ПОЯСНЮВАЛЬНА ЗАПИСКА

Програма вступного іспиту до аспірантури із спеціальності 111 «Математика» відбиває сучасний стан розвитку цієї науки і включає всі її найважливіші розділи, знання яких необхідне висококваліфікованим фахівцям. Вступник до аспірантури із спеціальності 111 Математика має продемонструвати високий рівень теоретичної та практичної підготовки, показати достатній рівень знань загальних питань математики, глибоке розуміння кожного з її розділів, а також уміння застосовувати свої знання для вирішення науково-дослідницьких та прикладних завдань.

Вступник до аспірантури зі спеціальності 111 Математика повинен знати:

- основні поняття теорії міри, включаючи конструкцію міри Лебега, властивості вимірних множин і функції, теореми про граничний перехід під знаком інтеграла Лебега тощо;
- основні поняття і факти функціонального аналізу, зокрема, поняття функціоналу і його норми, теореми про загальний вигляд функціоналів в окремих просторах, означення і приклади лінійних операторів, спектру та резольвенти оператора, теорему Хана-Банаха про продовження функціоналів тощо;
- основні поняття і факти з теорії ймовірностей, зокрема, означення ймовірності, означення і властивості функції розподілу та щільності розподілу тощо;
- основні поняття і факти з комплексного аналізу, зокрема, означення приклади та властивості аналітичних функцій, формулу Коші і інтеграл Коші, розклади функцій в ряди Лорана і Тейлора.

Вступник до аспірантури зі спеціальності 111 Математика повинен вміти:

- обчислювати міри множин і доводити їх вимірність;
- застосовувати теореми про граничний перехід під знаком інтеграла Лебега;
- наводити приклади лінійних функціоналів і операторів; Знаходити норми лінійних функціоналів і операторів; Знаходити спектр та резольвенту оператора;
- обчислювати ймовірність випадкової події та знаходити щільність розподілу випадкової величини;
- перевіряти умови Коші-Рімана аналітичності функцій;
- розкладати функції в ряди Лорана і Тейлора.

## ПЕРЕЛІК РОЗДІЛІВ І ТЕМ

**Теорія міри.** Міра Лебега в  $R^n$ . Інтеграл Лебега. Інтеграл Лебега-Стілтєса. Теорема про продовження міри з алгебри на  $\sigma$ -алгебру. Добуток мір та теорема Фубіні. Вимірні функції та їх властивості. Типи збіжності вимірних функцій. Теорема Лебега про граничний перехід під знаком інтеграла. Теорема Єгорова.

**Функціональний аналіз.** Теорема Кантора про незліченність множини дійсних чисел. Властивості неперервних на компактї функцій. Дослідження на екстремум функцій декількох змінних. Необхідні та достатні умови екстремума. Формула Тейлора для функцій декількох змінних. Заміна змінних та обчислення кратних інтегралів. Формула Стокса та її частинні випадки. Принцип стислих відображень в метричних просторах. Критерій компактності в скінченновимірних просторах. Критерій компактності в просторї неперервних функцій (теорема Асколі-Арцела). Повні метричні простори. Принцип вкладених куль. Лінійні неперервні функціонали. Теорема Хана-Банаха. Теорема Ф. Рїсса про загальний вигляд лінійних неперервних функціоналів на просторї неперервних функцій. Оператори Гїлберта-Шмїдта та інтегральні оператори. Обернений оператор. Теорема Банаха про обернений оператор. Ряди Фур'є. Нерівність Бесселя та рівність Парсеваля.

**Теорія ймовірностей.** Аксиоми теорії ймовірностей. Основні дискретні розподїли. Випадкові величини, функції розподїлу. Нормальний розподїл та його основні властивості. Нерівність Чебишова. Закон великих чисел. Підсилений закон великих чисел. Характеристичні функції та їх основні властивості. Центральна гранична теорема. Біноміальний та пуассонівський розподїли. Марковські процеси. Процес Пуассона. Процес Вінера. Півгрупи операторів. Інфінітезимальний оператор. Півмарковські процеси. Марковські еволюції.

**Комплексний аналіз.** Аналітичні функції. Умови Коші-Рїмана. Інтеграл

функції комплексної змінної. Інтегральна формула Коші. Ряд Лорана, особливі точки. Мероморфні функції. Теорія лишків. Обчислення інтегралів за допомогою лишків.

### КРИТЕРІЇ ОЦІНЮВАННЯ

Результати вступного іспиту оцінюються за 200 бальною шкалою. До участі в конкурсному відборі допускаються абітурієнти, що під час вступного іспиту отримали не менше 100 балів.

Бали	Характеристика відповіді
190-200	Вступник демонструє всебічні і систематизовані знання з предмета в обсязі та в межах вимог програми фахового випробування; вміє застосовувати їх на практиці; спроможний доводити правильність своєї відповіді переконливою аргументацією. Відповідь вступника повна, логічна, послідовна, не містить помилок.
180-189	Вступник на високому рівні володіє узагальненими знаннями в обсязі та в межах вимог програми фахового випробування, аргументовано використовує їх у різних ситуаціях, вміє знаходити інформацію та аналізувати її, ставити та вирішувати проблеми.
170-179	Вступник має міцні знання, здатний використовувати їх для розв'язання практичних завдань, робити висновки, узагальнення, аргументувати їх
160-169	Вступник добре володіє матеріалом, застосовує знання в стандартних ситуаціях, уміє аналізувати й систематизувати інформацію, використовує загальновідомі докази із самостійною і правильною аргументацією
150-159	Знання вступника є достатніми, він застосовує вивчений матеріал у стандартних ситуаціях, намагається аналізувати, встановлювати найсуттєвіші зв'язки і залежності між явищами, фактами, робити висновки, загалом контролює власну діяльність. Відповідь логічна, хоч і має неточності.
140-149	Вступник правильно відтворює матеріал, знає основні теорії і факти, вміє наводити власні приклади на підтвердження певних прикладів.
130-139	Вступник виявляє знання й розуміння основних положень.

	Відповідь загалом вірна але недостатньо осмислена. Вміє використовувати знання для виконання завдань за зразком.
120-129	Вступник відтворює основний матеріал програми, здатний з помилками і неточностями дати визначення понять, сформулювати правило
110-119	Вступник відтворює більшу частину основного матеріалу програми, здатний дати визначення деяких понять, сформулювати основні правила
100-109	Вступник може дати відповідь не на всі запитання, з допомогою екзаменатора виконує елементарні завдання
Менше 100	Незадовільно

### СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Карташов М. В. Теорія ймовірностей та математична статистика. — К.: ТВіМС, 2004. — 306 с.
2. Гіхман Й. И., Скороход А. В., Ядренко М. Й. Теорія ймовірностей. Збірник задач. К.: Вища школа, 1980. — 430 с.
3. Михайленко В. В. Теорія ймовірностей, математична статистика та випадкові функції. Курс лекцій: Навчальний посібник. — Житомир: ЖІТІ, 2003. — 292 с.
4. Радченко, В. М. Теорія міри та інтеграла : навчальний посібник / В. М. Радченко. — К. : Видавничо-поліграфічний центр "Київський університет", 2012. — 144 с.
5. Федак І.В. Елементи теорії міри та інтеграла Лебега: Навчальний посібник. — Івано-Франківськ: Сімик, 2011. — 168с.
6. Довгопятий О.П., Севостьянов Є.О., Таргонський А.Л. Математичний аналіз. Частина І. — Житомир: Вид-во ЖДУ ім. І. Франка, 2022. — 66 с.
7. Шкіль М.І. Математичний аналіз. Підручник у 2-х ч. — 3-тє видання, переробл. і доповн. — К.: Вища школа, 2005. — 447 с.: іл.
8. Радченко О.М. Математичний аналіз, ч. 1-3. К.: Київський національний університет ім. Тараса Шевченка, 2003. - 264 с., іл.
9. Курченко О.О., Рабець К. В. Метричні простори у курсі математичного аналізу: навчальний посібник./ О.О. Курченко, К.В. Рабець. — К., 2011. — 146 с.
10. Комплексний аналіз. Приклади і задачі: навчальний посібник / В.Г.Самойленко, В.А.Бородін, Г.В.Верьовкіна, А.В.Ловеїкін, І.Б.Романенко /

За редакцією В.Г.Самойленка. – К: Видавничо-поліграфічний центр “Київський університет”, 2010. – 224 с.

11. А. А. Гольдберг, М. М. Шеремета, М. В. Заболоцький, О. Б. Скасків. Комплексний аналіз: підручник. – Львів : Афіша, 2002. – 204 с.

12. Баранівська А. Ф., Осадчий М. М., Таргонський Л. П. Курс математичного аналізу. Функції багатьох змінних. – Житомир. – 2000. – 296 с.

13. Баранівська А. Ф., Осадчий М. М., Спирін О. М., Таргонський Л. П. Курс математичного аналізу. Функції однієї змінної. – Житомир, 1996.– 246 с.

14. Баранівська А. Ф., Герус О. Ф., Осадчий М. М., Таргонський Л. П. Курс математичного аналізу. Функції однієї змінної. – Житомир. – 2002.– 326 с.

15. Севостьянов Є.О. Квазіконформний аналіз. – Житомир: Вид-во ЖДУ ім. Івана Франка, 2021. – 60 с.

Голова комісії



Євген СЕВОСТЬЯНОВ